Istituto di Istruzione Superiore **Organismo di Formazione Superiore**

Istituto accreditato dalla Regione Veneto

MATEMATICA...QUALCHE ESERCIZIO PER RIPASSARE

Per aiutarti ad iniziare bene, abbiamo preparato questi esercizi, che ti permetteranno di rivedere alcuni argomenti che hai sicuramente studiato nei tre anni delle scuole medie e che sono considerati fondamentali. Fondamentali vuol dire che essi saranno ripresi velocemente nel primo periodo di scuola superiore perché sono considerati ormai acquisiti.

Se nelle scuole medie hai avuto delle difficoltà in matematica, non ti spaventare: l'importante è che tu ti impegni al massimo per preparare la buona riuscita dei tuoi studi.

TI AUGURIAMO BUONE VACANZE E BUON LAVORO E... TI ASPETTIAMO A SETTEMBRE!!!

GLI INSEGNANTI DEL DIPARTIMENTO DI MATEMATICA

ISTRUZIONI

Il fascicolo è composto da tre parti, una per ogni insieme numerico che hai studiato.

In ogni parte troverai un test di ingresso, un breve ripasso teorico, una serie di esercizi ed un test finale.

Dopo aver finito ogni unità confronta il test iniziale con il finale per verificare se il tuo livello di conoscenze è migliorato.

Usa un quaderno per svolgere gli esercizi che ti proponiamo nelle pagine seguenti.

CERCA DI NON USARE LA CALCOLATRICE anche perché non verranno mai usati numeri oltre le centinaia: se ottieni numeri troppo grandi è perché non stai usando le proprietà delle potenze.

Controlla bene la richiesta nel testo dell'esercizio.

Segna sul quaderno i dubbi e le domande che dovessero sorgere per poter chiedere spiegazione all'insegnante all'inizio della scuola.

NUMERI NATURALI

TEST I-1

Vero o Falso?

		V	F
1	$12+6:3=14$		
2	$72:3\cdot 2=72:6$		
3	$3+8\cdot 2+1=23$		
4	$3\cdot(3+2)=3\cdot 3+3\cdot 2$		
5	$4\cdot(2\cdot 5)=8\cdot 20$		
6	$(3\cdot 2+4):5=2$		
7	$4^3\cdot 4=4^3$		
8	$2^5:2^3=2^2$		
9	$4^3:3^3=12^6$		
10	$2^0=2$		
11	$\left(5^3\right)^2=5^6$		
12	$3^3+3^2=3^5$		

13) La scomposizione di 60 in fattori primi è:

a) $2\cdot 3\cdot 10$	b) $2^2\cdot 3\cdot 5$	c) $2\cdot 3\cdot 5^2$	d) $2\cdot 5^2+10$

14) I divisori di 20 sono:

a) 1, 4, 5,10, 20	b) 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20	c) 1, 2, 4, 5, 10,20	d) 2, 4, 6, 10

15) MCD (8,15)=

a) $8\cdot 15$	b) non esiste	c) 1	d) $8+15$

Vero o falso?

		V	F
16	2 è divisore di qualunque numero pari		
17	Un numero primo è divisibile solo per l’unità		
18	Il *mcm* tra più numeri è sempre divisibile per ciascuno dei numeri dati		
19	*mcm*(2,3,60)=60		
20	Se un numero è divisibile per 3 è divisibile anche per 9		

Soluzioni (I-1):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
V	F	F	V	F	V	F	V	F	F	V	F	B	C	C	V	F	V	V	F

Se hai risposto correttamente a 16 quesiti puoi passare all'argomento successivo.

La teoria per il ripasso

L'insieme N

Con N si indica l'insieme dei numeri naturali

$$N = \{0,1,2,3,.....\}$$

In N si eseguono le 4 operazioni

ADDIZIONE	SOTTRAZIONE	MOLTIPLICAZIONE	DIVISIONE
$6+4=10$	$5-3=2$	$6 \cdot 9 = 54$	$30:2=15$
6 è il 1°addendo 4 è il 2°addendo 10 è la somma	5 è il minuendo 3 è il sottraendo 2 è la differenza	6 è il 1°fattore 9 è il ì 2°fattore 54 è il prodotto	30 è il dividendo 2 è il divisore 15 è il quoziente

ATTENZIONE: nella divisione **il divisore deve essere sempre** $\neq 0$; le scritture $3:0,\ \ 20:0$ **non hanno significato**.

POTENZA

E' un caso particolare della moltiplicazione: i fattori che si moltiplicano sono tutti uguali fra loro:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ...... \cdot a}_{\text{n volte}} = a^n$$

Potenze particolari:

- $1^n = 1$ tutte le potenze di 1 sono uguali a 1
- $0^n = 0$ con $n \neq 0$
- 0^0 non ha significato
- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$

PROPRIETA' DELLE POTENZE

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$	$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ $3^4 \cdot 5^4 = (3 \cdot 5)^4 = 15^4$
$a^m : a^n = a^{m-n}$ $2^4 : 2^2 = 2^{4-2} = 2^2$	$a^m : b^m = (a:b)^m$ $6^7 : 2^7 = (6:2)^7 = 3^7$
$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$ $(7^2)^3 = 7^{2 \cdot 3} = 7^6$	

NUMERI PRIMI E CALCOLO DEL M. C. D. E DEL m. c. m

Un numero si dice **numero primo** se ha per divisori soltanto 1 e sé stesso. Sono numeri primi per esempio: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.
Non sono numeri primi per esempio: 9, 12, 15, 18, 21. Qualunque numero non primo si può scrivere come prodotto di due o più numeri primi. Es. $36 = 2^2 \cdot 3^2$

Scomporre un numero significa scriverlo sotto forma di prodotto dei suoi fattori primi, questa operazione si dice **fattorizzazione**.

ESERCIZIO
Scomponi in fattori primi i seguenti numeri: 12, 36, 45, 40, 185.

Dopo aver scomposto due o più numeri in fattori primi è possibile calcolare il loro **M.C.D**. (massimo comun divisore) e il loro **m.c.m.** (minimo comune multiplo).

Il **M.C.D.** di due o più numeri si calcola moltiplicando **i fattori comuni** a tutti i numeri, presi una sola volta con l'esponente minore.

Il **m.c.m.** di due o più numeri si calcola moltiplicando **i fattori comuni e non comuni** a tutti i numeri, presi una sola volta con l'esponente maggiore.

ESEMPIO

Dati i numeri 40, 15 e 72 calcola M. C. D. e m. c. m.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$40 = 2^3 \cdot 5$$
$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

M.C.D. $= 2^2 = 4$
m.c.m. $= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

ESERCIZIO
Calcola MCD e mcm dei seguenti gruppi di numeri:

12, 15	15, 21	20,70
16, 24, 40	32, 48, 72	20, 36, 60, 120

ESPRESSIONI

Per risolvere le espressioni in modo corretto bisogna dare la giusta priorità alle operazioni:
−Si eseguono i calcoli contenuti nelle parentesi tonde, quadre, graffe.
−All'interno delle parentesi le priorità sono:

- Applicazione delle proprietà delle potenze;
- Sviluppo delle potenze;
- Calcolo delle moltiplicazioni e delle divisioni, nell'ordine in cui si trovano;
- Calcolo delle addizioni e delle sottrazioni, nell'ordine in cui si trovano.

a) Eseguire le seguenti espressioni prestando attenzione alle priorità delle operazioni

1) $6 + 4 \cdot 2 + 15 : 3 - 7 \cdot 2 + 8 =$ [13]

2) $(50+100):(21+6+9+14)+(15-3)\cdot(15-9)=$ [75]

3) $50+100:(21+6+9+14)+15-3\cdot(15-9)=$ [49]

4) $\{[4\cdot(5+3)-(1+1)]:(2+3)\}-\{[(3\cdot 6-8):2]-2\}=$ [3]

5) $\{7+28:2-2+[7\cdot 5-(4+5\cdot 2)\cdot 2]\cdot(7\cdot 6-13\cdot 3)\}:(3+15:3)=$ [5]

6) $5\cdot[3+2\cdot(2+2\cdot 3^2):2^3-2]\cdot 2^2:(2^5:2^4)=$ [60]

7) $[(4^2\cdot 4-3^4:3^2-5\cdot 3^2):(2^5:2^4)+2\cdot 3^2-2^5:2^2]:3=$ [5]

8) $\{2^2\cdot[2^7:(2^2\cdot 2)]^3:2^{11}\}^2:2^4-2^2=$ [0]

b) Inserire le parentesi, se necessario, in modo che il calcolo risulti corretto.

a) $16 - 4 \cdot 2 = 24$

b) $6 + 15 : 3 = 7$

c) $15 + 10 : 5 = 17$

d) $63 : 3 + 15 : 6 = 6$

e) $5 + 7 \cdot 5 - 4 + 2 = 34$

TEST F-1

Vero o falso?

		V	F
1	$2+3\cdot 6=20$		
2	$2\cdot 0:3=2$		
3	$(3\cdot 2+4):5=2$		
4	$64:(8\cdot 4)=64:8\cdot 4$		
5	$2+4-6:2=0$		
6	$\left(3^3\right)^1=3^4$		
7	$\left(2^3\cdot 2^2\right)^2=2^{12}$		
8	$15^5=3^5\cdot 5^5$		
9	$2^2+3^2=5^2$		
10	$12^3:6^3=2^3$		
11	$\left(4^6:4^3\right):4^2=1$		
12	$900=2^2\cdot 3^2\cdot 5^2$		
13	$180=2^2\cdot 3^2\cdot 5$		
14	I divisori di 15 sono:1, 3, 5, 15		
15	M.C.D.(7, 15)=35		
16	M.C.D.(72, 44)=4		
17	M.C.D.(150, 121)= non esiste		
18	m.c.m.(2,8,16)=16		
19	m.c.m.(15, 27)=27		
20	m.c.m.(40,18, 8)= $2^3\cdot 3^2\cdot 5$		

Soluzioni (F-1):

1 V	2 F	3 V	4 F	5 F	6 F	7 F	8 V	9 F	10 V	11 F	12 F	13 V	14 V	15 F	16 V	17 F	18 V	19 F	20 V

NUMERI RELATIVI

TEST I-2

Vero o falso?

		V	F
1	$-3<-6$		
2	$-10<-8$		
3	$-(-7)=+7$		
4	$-3-3=+9$		
5	$+4-(-5)=9$		
6	$-9+12=+3$		
7	$-7-5+(-2)=-14$		
8	$-11-3+5=-19$		
9	$(-6):(-3)=+18$		
10	$(-8)\cdot(-1)=+8$		
11	$(-12):(+3)=-4$		
12	$(-1)\cdot(-3+4)=-1$		
13	$(-8):(-4)\cdot(-2)=-1$		
14	$(-6+3):(-3)=0$		
15	$(-3)^2=-9$		
16	$(-1)^0=-1$		
17	$-2^4=+16$		
18	$(-3)^4:(-3)^3=-3$		
19	$(+2)^5:(-2)^4=-2$		
20	$(-1)^8:(-1)^5\cdot(-1)^2=-1$		

Soluzioni (I-2)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
F	V	V	F	V	V	V	F	F	V	V	V	F	F	F	F	F	V	F	V

Se hai risposto correttamente a 16 quesiti puoi passare all'argomento successivo.

La teoria per il ripasso

L'insieme Z

Con Z si indica l'insieme dei numeri relativi

$$Z = \{.....-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,.....\}$$

I numeri relativi sono i numeri preceduti dal segno + o dal segno –.

- I numeri preceduti dal segno + si dicono **positivi**: +3, +5;
- i numeri preceduti dal segno – si dicono **negativi**: −2, −7;
- il numero 0 per convenzione si considera senza segno;
- due numeri relativi si dicono **concordi** se sono preceduti dallo stesso segno: +4, +6; −1,−4;
- due numeri relativi si dicono **discordi** se sono preceduti da segno diverso: +2, −9;
- si dice **valore assoluto** o **modulo** di un numero relativo il numero che si ottiene sopprimendo il suo segno. Il **valore assoluto** si indica scrivendo il numero tra due sbarrette: $|-9| = 9$, $|+5| = 5$;
- due numeri si dicono **opposti** se hanno valore assoluto uguale, ma segno diverso: – 5 e + 5;

LE OPERAZIONI CON I NUMERI RELATIVI

ADDIZIONE

La *somma di due numeri relativi concordi* è un numero relativo che ha come segno lo stesso segno degli addendi e come valore assoluto la somma dei loro valori assoluti.

Esempio: $(+3)+(+7)=+10$; $(-4)+(-5)=-9$

La *somma di due numeri relativi discordi* è un numero relativo che ha come segno quello dell'addendo di valore assoluto maggiore e come valore assoluto la differenza dei valori assoluti dei due addendi.

Esempio: $(+5)+(-2)=+3$; $(-8)+(+7)=-1$

Nel caso di *addizione di più numeri relativi* , si eliminano le parentesi e il segno di addizione e si scrivono gli addendi uno di seguito all'altro, ciascuno preceduto dal suo segno; il risultato si ottiene calcolando separatamente la somma di tutti gli addendi positivi e di tutti gli addendi negativi ed addizionando i risultati ottenuti.

Ad esempio: (+3) + (−2) + (−10) + (+6) = 3 – 2 – 10 + 6 = 9 – 12 = −3

SOTTRAZIONE

La *differenza tra due numeri relativi* si ottiene addizionando al primo l'opposto del secondo. La sottrazione si riduce quindi ad un'addizione.

Esempio: (+3) – (+2) – (–7) = + 3 – 2 + 7 = + 8

Una successione di addizioni e di sottrazioni prende il nome di *addizione algebrica*.

MOLTIPLICAZIONE

Il *prodotto di due numeri relativi* ha per valore assoluto il prodotto dei valori assoluti dei due fattori e il segno positivo se i due fattori sono concordi, il segno negativo se i due fattori sono discordi.

Le regole dei segni della moltiplicazione sono rappresentate nella seguente tabella:

x	**+**	**−**
+	+	−
−	−	+

Esempi: $(+3)\cdot(+5)=+15$; $(-3)\cdot(-4)=+12$; $(+2)\cdot(-6)=-12$; $(-5)\cdot(+7)=-35$

Il *prodotto di più numeri relativi* si ottiene moltiplicando i valori assoluti dei fattori e il suo segno si ottiene moltiplicando il segno del primo fattore per quello del secondo, il risultato per il segno del terzo e così via.

Esempio: (+3) (−2) (−5) = + 30

DIVISIONE

Il quoziente di due numeri relativi, di cui il secondo sia diverso da zero, è il numero relativo che ha per valore assoluto il quoziente dei valori assoluti e il segno positivo se i numeri sono concordi, il segno negativo se i numeri sono discordi.

Vale pertanto la stessa regola dei segni della moltiplicazione.

Esempi: $(+18):(+3)=+6$; $(-8):(-4)=+2$; $(-24):(+6)=-4$; $(+16):(-2)=-8$

POTENZA

La potenza un numero relativo si determina elevando a potenza il modulo del numero dato.
Per il segno:

base positiva ⟶ Segno sempre positivo

base negativa ⟶ Esponente pari ⟶ segno positivo
base negativa ⟶ Esponente dispari ⟶ segno negativo

Esempi: $(+3)^2=+9$; $(+4)^3=+64$; $(-2)^4=+16$; $(-3)^3=-27$

ATTENZIONE: $-2^4=-16$ (non c'è la parentesi, quindi *non si calcola* la potenza del segno).

Esercizi:

1) a) $(-2)^1 =$ b) $(-4)^2 =$ c) $(+3)^3 =$ d) $(-1)^0 =$

2) a) $0^3 =$ b) $(-5)^3 =$ c) $(-1)^5 =$ d) $(+2)^6 =$

3) a) $-3^2 =$ b) $-(+3)^4 =$ c) $-(-2)^3 =$ d) $-1^3 =$

Anche nell'insieme Z si possono applicare le proprietà delle potenze:

$(-2)^5 \cdot (-2)^2 = (-2)^7$	$(-3)^4 \cdot (+3)^2 = (+3)^6$	$(-6)^6 : (-6)^2 = (-6)^4$
$\left[(-5)^4\right]^3 = (-5)^{12}$	$(+10)^5 \cdot (-2)^5 = (-20)^5$	$(15)^3 : (-3)^3 = (-5)^3$

Esercizi

a) $-5+(+3-8)-(-10+2)+(+6-8-5)$ [−9]

b) $-3-(+2-7+4)-[-1-(+4-2-8)]-(+1-8)$ [0]

c) $(-2)\cdot[-2-3\cdot(-1+3)]-(+2)\cdot(-1+6)$ [+6]

d) $6:[-2+4\cdot(5-6+2)-1]\cdot 5-2\cdot[6:(2+7-6)+5]$ [+16]

e) $\{[-8+(-2)]\cdot(-5)\}:(-25)-[(+7)-(+3)]\cdot(-4+1)-[(-12):3]:(-2)$ [+2]

f) $(3)^{15}:(3)^6:(3)^3$; $(-2)^7\cdot(-2)^4$; $(-3)^4\cdot(-3)^3:(-3)^6$; [$(3)^6$; $(-2)^{11}$; -3]

$(-2)^4\cdot(7)^4\cdot(3)^4$; $(4)^2\cdot(-4)^2\cdot(4)^0$; $(2)^4\cdot\left[(2)^3\right]^3:(2)^3$; [$(-42)^4$; $(4)^4$; $(2)^{10}$]

g) $[(3^2)^3:3^2]^2:[(3^3)^3:3^4]-(2+3)^2$ [+ 2]

h) $(-3)^3:(+3)^2-\left[-(+2)\cdot(+7)+(-2)^5:(-2)^3+3-(-5)^2\cdot(-5)-(-14)\cdot(-2)^0\right]:(-2)$ [−18]

Test F-2

Vero o Falso?

		V	F
1	$-4 > -6$		
2	−8 e +8 hanno lo stesso valore assoluto		
3	$-9+12=+3$		
4	$-7-6=+13$		
5	$(+9)+(-5)=-4$		
6	$(5-3-1)-(-5+9-2)=-1$		
7	$(-10):(-5)=+2$		
8	$(-12):(+2)=-6$		
9	$(+2)^3=-8$		
10	$-3^2=-9$		
11	$(-2)^5=32$		
12	$(-2)^4=(+2)^4$		
13	$-3^6=(-3)^6$		
14	$(-3)^2\cdot(-3)^3:(-3)^4=-3$		
15	$(-5)^5:(-5)^2=(+5)^3$		
16	$(-3)^6:(+3)^2=(+3)^4$		
17	$3^5\cdot(-3)^2=-3^7$		
18	$\left[(-2)^2\right]^3=(-2)^6$		
19	$(-10)^3:(-5)^3=(+2)^3$		
20	$\left[(-2)^2\right]^3:(-2)^5=2$		

Soluzioni (F-2):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
V	V	V	F	F	V	V	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	V	F

Se hai risposto correttamente a 16 quesiti puoi passare all’argomento successivo.

NUMERI RAZIONALI

Test I-3

		V	F
1	Una frazione propria è minore di una frazione impropria		
2	$\frac{12}{4}$ è una frazione apparente		
3	Una frazione ha infinite frazioni equivalenti		
4	Le frazioni $\frac{1}{3},\frac{3}{9},\frac{6}{18}$ sono equivalenti		
5	$\frac{2}{5}>\frac{4}{8}$		
6	$\frac{5}{9}<\frac{5}{12}$		
7	$\frac{2}{14}<\frac{3}{14}$		
8	$2+\frac{1}{6}=\frac{13}{6}$		
9	$\frac{7}{2}-2=\frac{3}{2}$		
10	$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{2}{12}$		
11	$-\frac{2}{5}+\frac{1}{2}=\frac{1}{10}$		
12	$\frac{1}{3}\cdot 2=\frac{2}{6}$		
13	$\left(-\frac{5}{24}\right)\cdot\frac{8}{15}=-\frac{1}{9}$		
14	$\frac{1}{2}:\frac{1}{2}=1$		
15	$\left(-\frac{4}{5}\right):\left(-\frac{16}{5}\right)=+4$		
16	$\frac{1}{8}:\frac{5}{4}=\frac{5}{2}$		
17	$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}=+\frac{27}{8}$		
18	$\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}=\left(-\frac{1}{3}\right)^{6}$		
19	$\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}:\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}=\left(-\frac{2}{3}\right)^{4}$		
20	$\left(\frac{1}{3}\right):\left(\frac{1}{3}\right)^{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$		

Soluzioni (I-3):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	V	F	V	V	V	V	F	V	V	F

Se hai risposto correttamente a 14 quesiti puoi passare agli esercizi finali.

La teoria per il ripasso

FRAZIONE

$$\frac{a}{b} \quad \begin{cases} a = \text{numeratore} \\ b = \text{denominatore } b \neq 0 \\ a, b = \text{termini della frazione} \end{cases}$$

Una frazione $\frac{a}{b}$ con numeratore minore del denominatore si dice **propria**: essa ha sempre valore minore di 1.

Esempi: $\frac{2}{5} = 0{,}4 \qquad \frac{7}{8} = 0{,}875 \qquad \frac{3}{4} = 0{,}75$

Una frazione $\frac{a}{b}$ con numeratore maggiore del denominatore si dice **impropria**: essa ha sempre valore maggiore di 1.

Esempi: $\frac{7}{4} = 1{,}75 \qquad \frac{13}{3} = 4{,}3 \qquad \frac{9}{5} = 1{,}18$

Una frazione $\frac{a}{b}$ con numeratore uguale o multiplo del denominatore si dice **apparente** (tutte le frazioni apparenti sono anche improprie).

Esempi: $\frac{13}{13} = 1 \qquad \frac{35}{7} = 5 \qquad \frac{63}{9} = 7$

FRAZIONI EQUIVALENTI

Due frazioni sono **equivalenti** quando rappresentano la stessa quantità; da una frazione si ottengono frazioni equivalenti moltiplicando o dividendo per uno stesso numero, diverso da zero, sia il numeratore che il denominatore della frazione data (**proprietà invariantiva** delle frazioni).

Esempio: $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{10}$ sono equivalenti : il valore di entrambe è 0,4

SEMPLIFICAZIONE DI UNA FRAZIONE

Si devono dividere numeratore e denominatore per uno stesso numero: si ottiene una frazione equivalente a quella di partenza ma con termini minori. Una frazione che non può più essere semplificata si dice ridotta ai minimi termini.

Esempi $\frac{12}{18} = \frac{6}{9}$ frazione semplificata $\qquad \frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{3}{2}$ frazione ridotta ai minimi termini

RIDUZIONE DI PIU'FRAZIONI ALLO STESSO DENOMINATORE
Si deve utilizzare per sommare due o più frazioni.

- Si calcola il mcm dei denominatori (sarà il nuovo denominatore);
- Si divide il mcm per il denominatore di ciascuna frazione e si moltiplica il risultato ottenuto per il corrispondente numeratore.

Esempi: $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=\frac{9+8}{12}=\frac{17}{12}$ $\qquad$ $\frac{3}{5}-\frac{3}{2}=\frac{6-15}{10}=-\frac{9}{10}$

PRODOTTO DI DUE O PIU' FRAZIONI

È una frazione che ha per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori.

Esempio: $\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}=\frac{15}{8}$

ATTENZIONE: $\frac{4}{3}\cdot 2=\frac{8}{3}$ (solo il numeratore si moltiplica per 2)

FRAZIONI INVERSE
Due frazioni si dicono inverse (o reciproche) se il loro prodotto è uguale a 1. Data una frazione la sua inversa si trova scambiando fra loro numeratore e denominatore.

La frazione inversa di $\frac{a}{b}$ è $\frac{b}{a}$

Es. la frazione inversa di $\frac{3}{5}$ è $\frac{5}{3}$, la frazione inversa di $\frac{1}{4}$ è 4

QUOZIENTE FRA DUE FRAZIONI
È uguale al prodotto tra la prima frazione e l'inversa della seconda.

Es. $-\frac{7}{3}:\left(-\frac{28}{9}\right)=-\frac{7}{3}\cdot\left(-\frac{9}{28}\right)=+\frac{7\cdot 9}{3\cdot 28}$ =(semplificando) $\frac{3}{4}$

POTENZADI UNA FRAZIONE
È una frazione che ha per numeratore la potenza del numeratore e per denominatore la potenza del denominatore. Anche per le frazioni valgono le proprietà delle potenze.

Es. $\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{2^4}{3^4}=\frac{16}{81}$

POTENZA AD ESPONENTE NEGATIVO
Una potenza ad esponente negativo è uguale ad una potenza che ha per base l'inverso della base e l'esponente positivo.
Es.

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{2}\right)^2 \qquad \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}=(-2)^4 \qquad (-5)^{-3}=\left(-\frac{1}{5}\right)^3$

ATTENZIONE: Il segno della base si calcola SOLO nel momento in cui si sviluppa la potenza.

Anche se ci sono esponenti negativi si possono applicare le proprietà delle potenze.

Es.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2-(2)} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \;; \qquad \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3-(-2)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5$$

Esercizi:

1 $\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\right)$ $\left[\frac{3}{4}\right]$

2 $\left(-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-1\right)-\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{2}{5}-1\right)$ $\left[-\frac{5}{4}\right]$

3 $\left[\left(1-\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{3}{8}-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{1}{8}-2\right)\right]-\left(\frac{2}{3}-3\right)-\frac{1}{3}$ $\left[-\frac{3}{5}\right]$

4 $\left(2-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$ $\left[\frac{1}{16}\right]$

5 $\frac{3}{4}\cdot\left\{-\frac{1}{2}+\left[-\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{4}\right)+\frac{10}{7}\right]\cdot\left(+\frac{7}{3}\right)\right\}-\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)+2$ $[0]$

6 $\left[\left(\frac{1}{5}-3\right):\left(\frac{1}{6}-\frac{7}{2}\right)\right]:\left(-\frac{1}{5}-4\right):\left(1-\frac{1}{5}\right)$ $\left[-\frac{1}{4}\right]$

7 $\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}-1\right)\right]:\left[\left(\frac{1}{2}-1\right):\left(1+\frac{1}{2}\right)\right]:\left(1+\frac{5}{4}\right)$ $[1]$

8 $\left[\frac{1}{2}-\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right):\left(-\frac{5}{4}\right)+3\right]:\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{5}{4}-2\right):(-3)-\frac{3}{4}$ $[4]$

9 $\left[(-2)^2+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^4\cdot(-2)^5\right]:\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\cdot(-2)\right]$ $\left[\frac{8}{3}\right]$

10 $\left[\left(-1-\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{4}\cdot\left(-1-\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]:\left[\left(1+\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-2+\frac{1}{4}\right)\right]$ $[1]$

11 $\left\{\left[\left(\frac{4}{3}\right)^3:\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}\right\}:\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}$ $\left[\frac{4}{3}\right]$

12 $\left\{\left[\left(\frac{4}{5}\right)^4\cdot\left(\frac{8}{5}\right)^4\right]^2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right\}:\left(-\frac{1}{2}\right)^6:(-2)^{-4}$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$

13 $\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)^{-2}:\left(\frac{1}{3}-1\right)^3+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)^{-2}\cdot\left(1-\frac{3}{8}\right)^{-2}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]^{-1}$ $[-2]$

14 $\left[\left(-1-\frac{1}{3}\right)^{-2}+\left(-3-\frac{1}{5}\right)^{-1}\cdot\left(1+\frac{1}{5}\right)^2\right]:\left[1+\left(\frac{1}{3}-1\right)^{-1}\right]^4$ $\left[\frac{9}{5}\right]$

15 $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^3\right]^2:\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{11}:\left(-\frac{2}{3}\right)^5\right]+\left\{\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^5\right]:\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^4\right]^2\right\}^{-1}$ $[-7]$

TEST F3

Vero o Falso?

		V	F
1	$\frac{4}{3}$ è una frazione impropria		
2	$\frac{1}{2},\frac{2}{4},\frac{4}{12}$ sono frazioni equivalenti		
3	$\frac{5}{3} > \frac{4}{3}$		
4	$\frac{3}{7} < \frac{1}{4}$		
5	$3+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$		
6	$\frac{1}{4}-2=-\frac{1}{4}$		
7	$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2}{6}$		
8	$-1+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$		
9	$\frac{3}{2}\cdot 2=\frac{6}{4}$		
10	$\frac{5}{2}:\frac{1}{2}=5$		
11	$\frac{2}{9}:\frac{1}{9}=2$		
12	$-\frac{15}{2}:\frac{30}{4}=-1$		
13	$\left(-\frac{2}{3}\right)^3=-\frac{8}{27}$		
14	$\left(\frac{1}{2}\right)^5:\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^3$		
15	$\left(-\frac{3}{4}\right)^3\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^2=\left(+\frac{3}{4}\right)^5$		
16	$\left(\frac{1}{4}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^3=\left(\frac{1}{10}\right)^3$		
17	$\left(-\frac{14}{3}\right)^{-1}=+\frac{3}{14}$		
18	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}=\left(+\frac{3}{2}\right)^4$		
19	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}=8+27$		
20	$\left(\frac{3}{5}\right)^3:\left(\frac{3}{5}\right)^4=\frac{5}{3}$		

Soluzioni (F-3):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
V	F	V	F	V	F	F	V	F	V	V	V	V	V	F	V	F	V	V	V

Se hai risposto correttamente ad almeno 16 quesiti sei pronto per affrontare il nuovo anno scolastico!